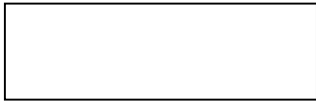


4.5. ZADANIA OPTYMALIZACYJNE

Zadania optymalizacyjne to zadania na wyznaczenie przy użyciu metod matematycznych optymalnego ze względu na wybrane kryteria rozwiązania danego problemu.

Przykład 4.5.1. Jakie wymiary musi mieć prostokąt, którego obwód jest równy 20 , a jego pole jest największe?

Rozwiązanie	Komentarz
<div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">x</p> <p style="text-align: center;">y</p> </div> <p>Dane : $Ob = 20$ P - największe Szukane: x, y</p> <p>Wzory : $Ob = 2x + 2y$ $P = x \cdot y$</p>	Przeprowadzamy analizę zadania: wypisujemy dane i szukane. Zapisujemy wzór na obwód i pole prostokąta.
$2x + 2y = 20$ $y = 10 - x$	Wykorzystując obwód ustalamy związek między bokami prostokąta.
$P = x \cdot y = x \cdot (10 - x) = -x^2 + 10x$ założenia: $x > 0; y > 0$ $10 - x > 0$ $x < 10$ $D : x \in (0, 10)$	Wyrażamy pole prostokąta jako funkcję długości boku x . Określamy dziedzinę tej funkcji.
$a = -1; b = 10; c = 0$ $x = \frac{-10}{2 \cdot (-1)} = 5 \in D$	Funkcja $P(x)$ jest funkcją kwadratową , której wykresem jest parabola o ramionach skierowanych do dołu . Zatem funkcja ta osiąga wartość największą w wierzchołku. Aby wyznaczyć x , dla którego pole $P(x)$ jest największe korzystamy ze wzoru na pierwszą współrzędną wierzchołka $x = \frac{-b}{2a}$
$y = 10 - x = 10 - 5 = 5$ Odp. Prostokąt, którego pole jest największe, a obwód wynosi 20, jest kwadratem o boku 5.	Obliczamy długość boku y . Zapisujemy odpowiedź.

Przykład 4.5.2. Rozłóż liczbę 12 na dwa składniki, tak aby suma kwadratu jednego ze składników i połowy kwadratu drugiego składnika miała najmniejszą wartość.

Rozwiązanie	Komentarz
<p>Dane : $x + y = 12$</p> $s = x^2 + \frac{1}{2}y^2 \text{ - najmniejsze}$ <p>Szukane: x, y</p>	Przeprowadzamy analizę zadania: wypisujemy dane i szukane.
$y = 12 - x$	Ustalamy związek między szukanymi składnikami
$s = x^2 + \frac{1}{2}y^2 = x^2 + \frac{1}{2}(12 - x)^2 =$ $= x^2 + \frac{1}{2}(144 - 24x + x^2) = \frac{3}{2}x^2 - 12x + 72$ <p>założenia: $x \in R; y \in R$ $D : x \in R$</p>	Wyrażamy sumę s jako funkcję składnika x . Określamy dziedzinę tej funkcji.
$a = \frac{3}{2}; b = -12; c = 72$ $x = \frac{-1 \cdot (-12)}{2 \cdot \frac{3}{2}} = 4 \in D$	Funkcja $s(x)$ jest funkcją kwadratową, której wykresem jest parabola o ramionach skierowanych do góry. Zatem funkcja ta osiąga wartość najmniejszą w wierzchołku. Aby wyznaczyć x , dla którego suma $s(x)$ jest najmniejsza korzystamy ze wzoru na pierwszą współrzędną wierzchołka $x = \frac{-b}{2a}$
$y = 12 - x = 12 - 4 = 8$ Odp: Liczbę 12 należy rozłożyć na składniki 4 i 8.	Obliczamy składnik y . Zapisujemy odpowiedź.

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 4.5.1. (2pkt) Liczbę 6 przedstaw jako różnicę dwóch liczb rzeczywistych, tak aby suma ich kwadratów była najmniejsza.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Wyrażenie sumy kwadratów szukanych liczb jako funkcji jednej zmiennej.	1
2	Podanie szukanych liczb.	1

Ćwiczenie 4.5.2. (2pkt.) W trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych wynosi 14 cm. Przy jakiej długości przyprostokątnych pole trójkąta ma największą wartość?

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Wyrażenie pola trójkąta jako funkcji jednej zmiennej.	1
2	Podanie długości przyprostokątnych.	1